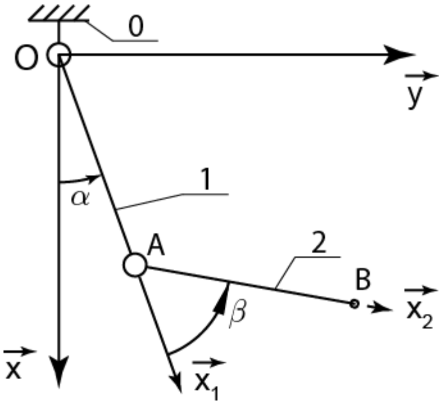
Exercice 1 : **Pendule double**



Soit $\mathcal{R}(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ un repère lié au bâti 0. Les deux bras 1 et 2 se déplacent dans le plan $(O,\vec{x},\vec{y})$.

Le bras 1 a une liaison pivot d'axe $(O,\vec{z})$ avec le bâti 0. Soit $\mathcal{R}_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\vec{z})$ un repère lié à 1. On pose: $\alpha = (\vec{x},\overrightarrow{x_1})$.
Le bras 2 a une liaison pivot d'axe $(A,\vec{z})$ avec le bras 1, telle que $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1}$ $(a > 0)$. Soit $\mathcal{R}_2(O,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\vec{z})$ un repère lié à 2. On pose $\beta = (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2})$. L'extrémité B du bras 2 est telle que $\overrightarrow{AB} = a\,\overrightarrow{x_2}$.

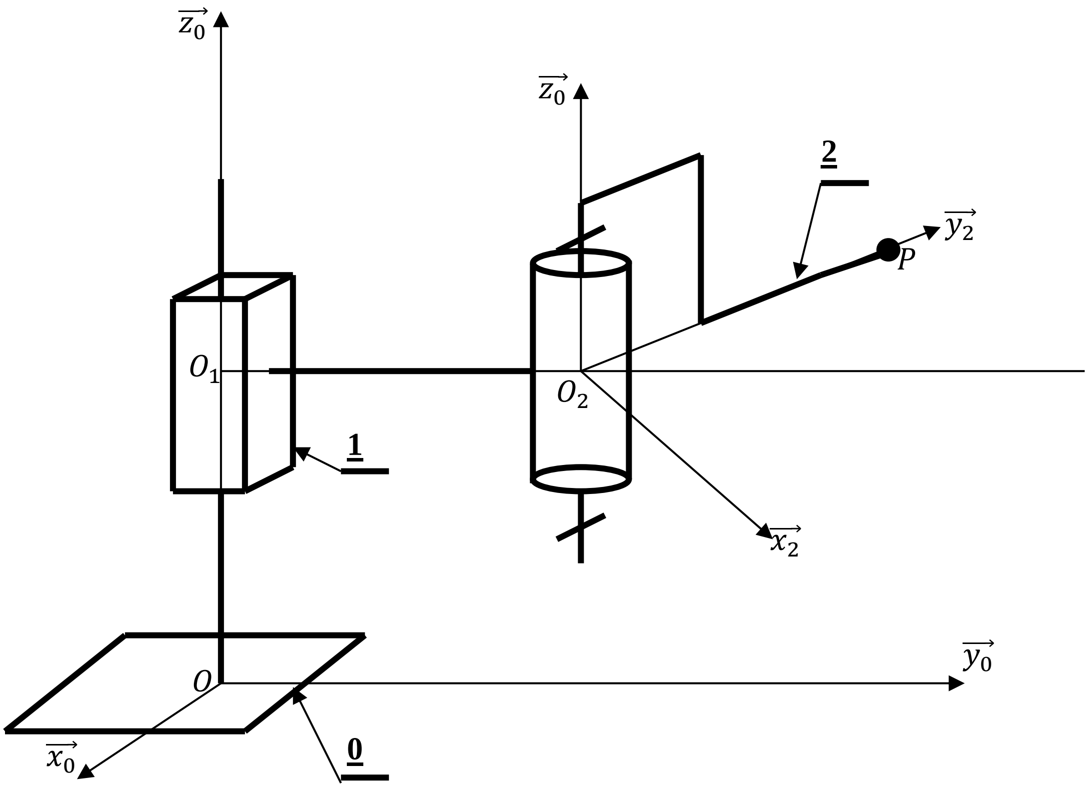
Dans la phase de mouvement étudié, les conditions sont telles que :
$\beta = -\alpha + \frac{3\pi}{7}$ avec : $\alpha = \omega\,t$; ω : constante positive

Q 1 : Déterminer $\overrightarrow{V(B \in 2/1)}$ et $\overrightarrow{V(B \in 1/0)}$. En déduire $\overrightarrow{V(B \in 2/0)}$.
Q 2 : Déterminer $\overrightarrow{a(B \in 2/1)}$, $\overrightarrow{a(B \in 1/0)}$, $\overrightarrow{\Omega(1/0)}\wedge\overrightarrow{V(B \in 2/1)}$. En déduire $\overrightarrow{a(B \in 2/0)}$

Exercice 2 : **Manutention assistée**

Le schéma cinématique ci-dessous représente la cinématique d'un outil d'assistance à opérateur, qui va suivre les mouvements de celui-ci, en limitant ses efforts. On note :

- $R(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ le repère associé au bâti **0**
- $R_1(O_1,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ le repère associé à la coulisse **1**, avec $\overrightarrow{OO_1} = z_1(t).\overrightarrow{z_0}$
- $R_2(O_2,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_0})$ le repère associé à la poignée **2**, avec $\overrightarrow{O_1O_2} = L.\overrightarrow{y_0}$, $\theta_2(t) = (\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_2})$ et $\overrightarrow{O_2P} = N.\overrightarrow{y_2}$



Q 1 : Poser le problème en utilisant les outils dédiés : graphe de liaison et figure plane
Q 2 : Exprimer $\overrightarrow{\Omega(2/1)}$ et $\overrightarrow{V(O_1 \in 1/0)}$
Q 3 : Calculer $\overrightarrow{V(P \in 2/R_2)}$, $\overrightarrow{V(P \in 2/1)}$, $\overrightarrow{V(P \in 1/0)}$ et $\overrightarrow{V(P \in 2/0)}$
Q 4 : Calculer $\overrightarrow{\Gamma(P \in 2/0)}$

Exercice 3 : **Manipulation des torseurs cinématiques**

Partie 1 :

On donne, dans un repère $\mathcal{R}(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, le torseur cinématique du solide **i** par rapport à un autre solide **j** :

$$\{\mathcal{V}_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_A$$

Q 1 : Exprimer $\overrightarrow{\Omega(\imath/\jmath)}$

Q 2 : Exprimer $\overrightarrow{V(A \in \imath/\jmath)}$

Q 3 : Exprimer $\overrightarrow{V(B \in \imath/\jmath)}$, sachant que $\overrightarrow{AB} = L\vec{x}$

Q 4 : Exprimer $\{\mathcal{V}_{i/j}\}$ au point B

Partie 2 :

Soit deux solides **i**, de repère associé $\mathcal{R}_1(O_1,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$, et **j** de repère associé $\mathcal{R}(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$. On note $\alpha = (\vec{x},\overrightarrow{x_1}) = (\vec{y},\overrightarrow{y_1})$ l'angle d'orientation entre ces deux repères.

Le mouvement du solide **i**, par rapport à un autre solide **j** est définit par : $\overrightarrow{\Omega(\imath/\jmath)} = \dot{\alpha}\vec{z}$ et $\overrightarrow{V(A \in \imath/\jmath)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{x_1}$

Q 1 : Exprimer $\{\mathcal{V}_{i/j}\}$ en A dans $\mathcal{R}_1$

Q 2 : Exprimer $\{\mathcal{V}_{i/j}\}$ en B dans $\mathcal{R}$, sachant que $\overrightarrow{AB} = L\vec{x}$

Partie 3 :

On donne, dans un repère $\mathcal{R}(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, le torseur cinématique du solide **i** par rapport à un autre solide **j** :

$$\{\mathcal{V}_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} 14\,\vec{z} \\ 3\,\vec{x} \end{Bmatrix}_A$$

Et $\overrightarrow{AB} = 0{,}1\vec{y}$

(toutes les grandeurs sont exprimées en unité S.I.)

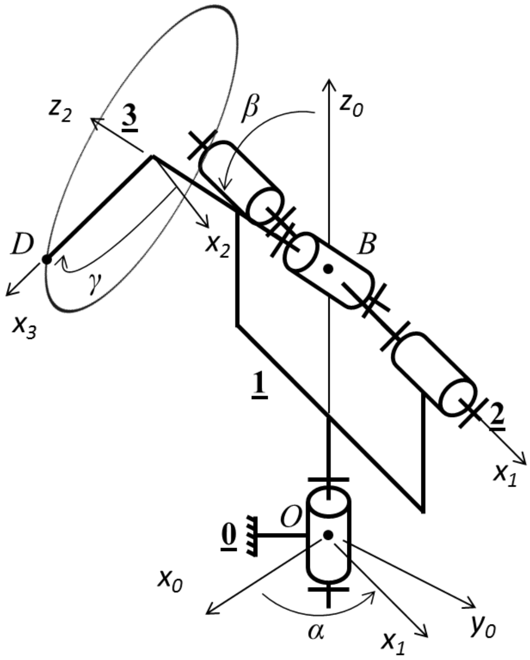
Q 1 : Déterminer $\overrightarrow{V(B \in \imath/\jmath)}$

Exercice 4 : **Manège Spinfly**

L'étude consiste à déterminer l'accélération subie par une personne située sur un siège du disque **3** et de vérifier que, pour un mouvement donné, l'accélération latérale limite supportable par l'homme d'une valeur de 1,5 g n'est pas dépassée.

Le manège Spinfly est constitué, selon le schéma cinématique ci-contre de 4 solides :

- l'estrade **0**, de repère $R_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ tel que l'axe $(O,\overrightarrow{z_0})$, soit dirigé suivant la verticale ascendante,
- le plateau **1**, de repère $R_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_0})$ en mouvement de rotation d'axe $(O,\overrightarrow{z_0})$ par rapport à l'estrade **0**, avec $\alpha=(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1})$,
- le bras **2**, de repère $R_2(B,\overrightarrow{x_2}=\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$, en mouvement de rotation d'axe $(B,\overrightarrow{x_2})$ par rapport au plateau **1**, avec $\overrightarrow{OB}=b\,\overrightarrow{z_0}$, b = 3,5 m et $\beta=(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2})$,
- le disque **3**, de repère $R_3(B,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3}=\overrightarrow{z_2})$, en mouvement de rotation d'axe (B, z_2) par rapport au bras **2**, avec $\gamma=(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_3})$.



La position de la personne est matérialisée par le point D, avec $\overrightarrow{BD}=c.\overrightarrow{z_2}+d.\overrightarrow{x_3}$, c = 0,5 m et d = 3,2 m.

Q 1 : Déterminer les vecteurs vitesse de rotation 1/0, 2/1 et 3/2. En déduire $\overrightarrow{\Omega(3/0)}$.

Q 2 : Déterminer l'expression littérale de $\overrightarrow{V(D\in 3/0)}$ par deux méthodes :

a. par dérivation du vecteur position de D
b. par composition et changement de point.

.

Soit $\vec{G}=\vec{g}-\Gamma(D,3/0)$ le vecteur qui caractérise le nombre de « *G* » qui s'applique sur la personne en *D*. On rappelle que $\vec{g}=-g.\overrightarrow{z_0}$ est l'accélération de la pesanteur.

On considère le mouvement particulier suivant : $\beta=\frac{\pi}{2}$, $\dot{\beta}=0$ et les vitesses $\dot{\alpha}$ et $\dot{\gamma}$ sont constantes telles que $\dot{\alpha}=0{,}25\ \text{tr/s}$ et $\dot{\gamma}=0{,}5\ \text{tr/s}$.

Q 3 : Déterminer l'expression littérale de l'accélération latérale subie par la personne $G_y=\vec{G}.\vec{y}_3$.

Q 4 : Le mouvement envisagé est-il supporté par la personne ?

Exercice 5 : **Robot manipulateur**

Le schéma plan de la figure 1 représente la cinématique du robot ci-contre.

On associe à chaque solide **i** une base $(\vec{x_i}, \vec{y_i}, \vec{z_i})$. Les liaisons et le paramétrage des différents bras du robot sont les suivant :

- 0-1 : liaison pivot d'axe $(A, \vec{z})$; on pose $\alpha = (\vec{x_0}, \vec{x_1})$
- 0-2 : liaison pivot d'axe $(A, \vec{z})$; on pose $\beta = (\vec{x_0}, \vec{x_2})$
- 1-3 : liaison pivot d'axe $(B, \vec{z})$, tel que $\overrightarrow{AB} = L\vec{x_1}$
- 2-4 : liaison pivot d'axe $(E, \vec{z})$, tel que $\overrightarrow{EA} = D\vec{x_2}$
- 3-4 : liaison pivot d'axe $(C, \vec{z})$, tel que $\overrightarrow{EC} = L\vec{x_4}$

Par ailleurs, $\overrightarrow{CB} = D\vec{x_3}$ et $\overrightarrow{BJ} = H\vec{x_3}$

Les mouvements du robot sont commandés par deux moteurs :

Le solide **1** a son mouvement de rotation commandé par le moteur **M1**, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$

Le solide **2** a son mouvement de rotation commandé par le moteur **M2**, $\beta \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

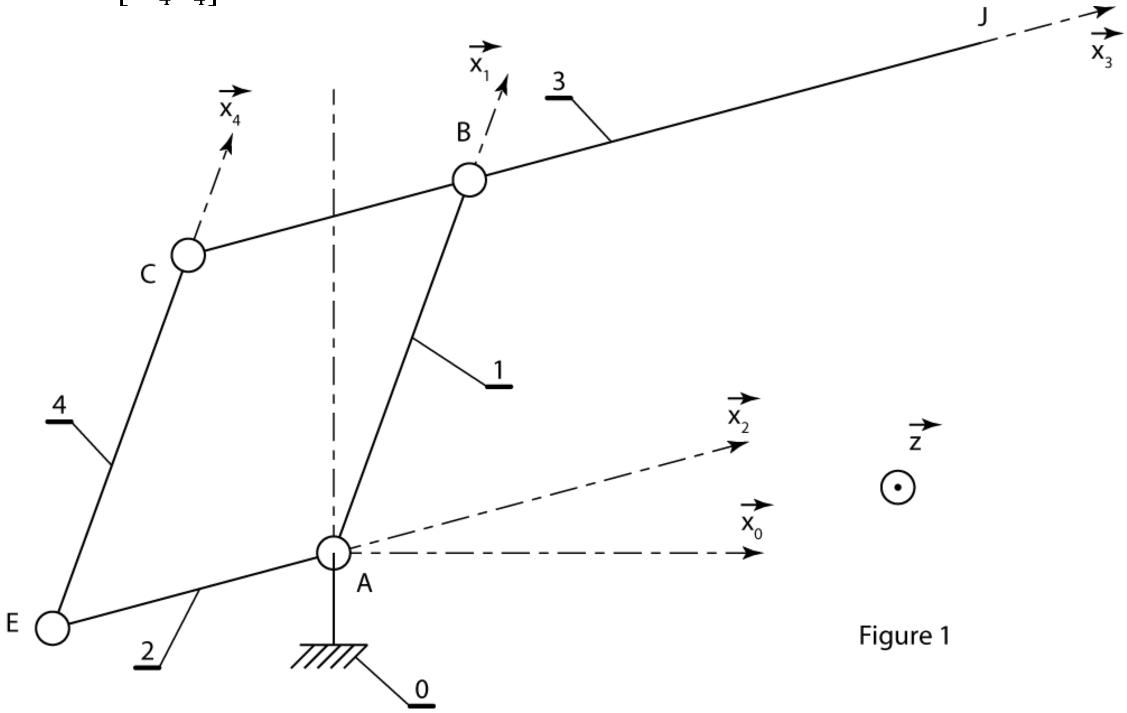


Figure 1

Valeurs numériques :

D=0,44m ; L=0,6m ; H=0,8m ;

Les moteurs tournent à une vitesse nominale de 750tr/min.

Première partie : étude du cas où β=0 et le moteur **M2** à l'arrêt

Q 1 : Déterminer pour les mouvements suivants, les torseurs cinématiques de :

a. **2** par rapport à **0**, au point A :
b. **1** par rapport à **0**, au point A :
c. **4** par rapport à **2**, au point E :
d. **3** par rapport à **1**, au point B :
e. **3** par rapport à **0**, au point B :
f. **3** par rapport à **4**, au point C :

Q 2 : Déterminer le vecteur vitesse du point J appartenant à **3**, par rapport à **0** : $\overrightarrow{V(J \in 3/0)}$

Q 3 : Sur la figure 2, déterminer et tracer la trajectoire des points B et J dans **0**

<u>Deuxième partie</u> : étude du cas où $\alpha = \frac{\pi}{3}$ et le moteur **M1** à l'arrêt

Q 4 : Déterminer pour les mouvements suivants, les torseurs cinématiques de :

a. **<u>1</u>** par rapport à **<u>0</u>**, au point A :
b. **<u>2</u>** par rapport à **<u>0</u>**, au point A :
c. **<u>4</u>** par rapport à **<u>2</u>**, au point E :
d. **<u>3</u>** par rapport à **<u>1</u>**, au point B :
e. **<u>3</u>** par rapport à **<u>0</u>**, au point B :
f. **<u>3</u>** par rapport à **<u>2</u>**, au point E :

Q 5 : Déterminer le vecteur vitesse du point J appartenant à **<u>3</u>**, par rapport à **<u>0</u>** : $\overrightarrow{V(J \in 3/0)}$

Q 6 : Déterminer le C.I.R. de **<u>3</u>** par rapport en **<u>0</u>**. En déduire et tracer, sur la figure 3 la trajectoire du point J dans **<u>0</u>**.

<u>Troisième partie</u> : Les deux moteurs fonctionnent.

Q 7 : Déterminer l'expression du vecteur vitesse du point J appartenant à **<u>3</u>**, par rapport à **<u>0</u>** : $\overrightarrow{V(J \in 3/0)}$

Q 8 : Tracer sur la figure 2 la surface liée à **<u>0</u>** dans laquelle se déplace le point J lorsque α et β varient dans leurs limites respectives.

Figure 2

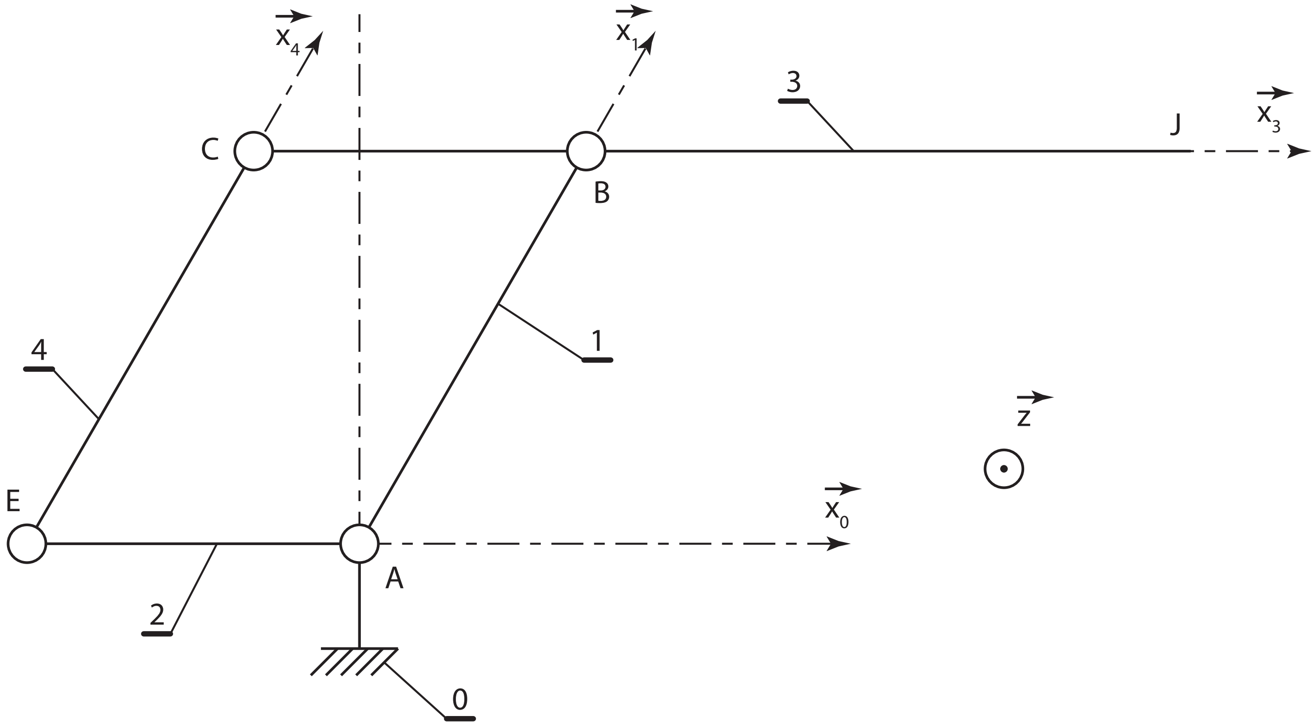


Figure 3